**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**Рубцовский индустриальный институт (филиал)
ФГБОУ ВПО «Алтайский государственный технический университет
им. И.И. Ползунова»**

О.В. Ефременкова

ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ ПО ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКЕ

Методическое пособие
для студентов заочной формы обучения
направления «Экономика»

Рубцовск 2014

УДК 517.8

Ефременкова О.В. Варианты заданий по теории вероятностей и математической статистике: Методическое пособие для студентов заочной формы обучения направления «Экономика»/ Рубцовский индустриальный институт. – Рубцовск, 2014.- 49 с.

Предлагаемая методическая разработка содержит задания контрольной работы по одному из разделов математики: «Теория вероятностей и математическая статистика». В работе кратко изложен теоретический материал по основным вопросам программы, необходимый для решения всех задач, а также приведены примеры, которые являются образцами решения этих задач.

Рассмотрено и одобрено на заседании НМС Рубцовского индустриального института

Протокол №7 от 07.10.2014г.

Рецензент: к.ф.-м.н. В.Г. Дудник

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Методические указания и задания для выполнения контрольных работ для студентов, обучающихся по заочной форме направления 38.03.01 «Экономика» по учебной дисциплине "Теория вероятностей и математическая статистика", предназначены для реализации государственных требований к минимуму содержания и уровню подготовки выпускников по данной специальности.

ФГОС ВПО утвержден приказом Министерства образования и науки Российской Федерации 21 декабря 2009 г., № 747.

Выпускающая кафедра «Финансы и кредит».

Квалификация выпускника – бакалавр.

Срок обучения по заочной форме– 5 лет, по заочной сокращенной – 3,5 года.

В настоящем пособии содержатся общие рекомендации студентам – заочникам по работе над курсом теории вероятностей и математической статистики, программа курса и задания контрольных работ.

Основным методом изучения программного материала является самостоятельная работа студентов по рекомендуемой литературе, которая указана в рабочей программе.

Для закрепления теоретических знаний и приобретения необходимых умений программой дисциплины предусматриваются практические работы, которые следует проводить после изучения соответствующей темы.

Обзорные и практические занятия проводятся в период экзаменационной сессии (а также в межсессионный период) с целью систематизировать, расширить и закрепить полученные знания и ответить на возникшие вопросы.

1. ПАСПОРТ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

1.1. Область применения программы

Рабочая программа учебной дисциплины является частью основной профессиональной образовательной программы в соответствии с ФГОС ВПО по направлению 38.03.01 «Экономика».

1.2. Место дисциплины в структуре основной профессиональной образовательной программы

Дисциплина «Теория вероятностей и математическая статистика» входит в математический и общий естественнонаучный цикл.

1.3. Цели и задачи дисциплины – требования к результатам освоения дисциплины

В результате освоения дисциплины обучающийся должен *уметь*:

- применять стандартные методы и модели к решению вероятностных и статистических задач;
- пользоваться расчетными формулами, таблицами, графиками при решении статистических задач;
- применять современные пакеты прикладных программ многомерного статистического анализа.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен *знать*:

- основные понятия комбинаторики;
- основы теории вероятностей и математической статистики.

1.4. Знания, умения и навыки, формируемые предшествующими дисциплинами

Для изучения учебной дисциплины «Теории вероятностей и математическая статистика» *необходимы* следующие знания, умения и навыки, формируемые предшествующими дисциплинами «Линейная алгебра» и «Математический анализ». Знания, умения и навыки, формируемые предшествующими дисциплинами, приведены в таблице 1.1.

Таблица 1.1

Знания, умения и навыки, формируемые предшествующими дисциплинами

Раздел требований	Предшествующие учебные дисциплины и формируемые ими знания, умения и навыки	
	Линейная алгебра	Математический анализ
1	2	3
Знания	матрицы, определители, системы уравнений, векторы, прямая на плоскости, линейные пространства, линейные операторы, многочлены, собственные векторы, евклидовы пространства, решение систем методом наименьших квадратов, квадратичные формы	Основы математического анализа
Умения	анализировать результаты операции над векторами и матрицами; системы линейных алгебраических уравнений; определители и	анализировать результаты предела последовательности и их свойства; предел и непрерывность функции; экстремумы функций

Продолжение таблицы 1.1

1	2	3
	их свойства; собственные значения матриц; комплексные числа; прямые и плоскости в аффинном пространстве; выпуклые множества и их свойства	нескольких переменных; неопределенный и определенный интегралы; числовые и степенные ряды; дифференциальные уравнения первого порядка; линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами
Навыки	количественным анализом и методологией экономического исследования с помощью элементов линейной алгебры	количественным анализом и методологией экономического исследования с помощью элементов математического анализ

1.5. Рекомендуемое количество часов на освоение программы дисциплины

Выписка из РУП заочной формы обучения:

Индекс	Наименование	Формы контроля		Часов					ЗЕТ								
						в том числе					Курс 2						
											Семестр 3						
											17 нед						
		Экзамены	Зачеты	По ЗЕТ	Всего	Экз	СРС	Ауд	Экспертное	Факт	Лек	Лаб	Пр	Контр. раб	СРС	Экз	ЗЕТ
Б2. Б.3	Теория вероятностей и математическая статистика	2		144	144	9	123	12	4	4	8		4	2	123	9	4

Выписка из РУП заочно-сокращенной формы обучения:

Индекс	Наименование	Формы контроля		Часов					ЗЕТ								
						в том числе					Курс 2						
											Семестр 4						
											17 нед						
		Экзамены	Зачеты	По ЗЕТ	Всего	Экз	СРС	Ауд	Экспертное	Факт	Лек	Лаб	Пр	Контр. раб	СРС	Экз	ЗЕТ
Б2. Б.3	Теория вероятностей и математическая статистика	2		144	144	9	123	8	4	4	4		4	2	127	9	4

1.6. Требования к результатам освоения учебной дисциплины

В результате изучения дисциплины студенты должны освоить:
А) Требования к освоению компонентов компетенции ПК-8.

Знать:

1. Закономерности функционирования современной экономики на макро- и микроуровне (из ФГОС ВПО).

2. Основные особенности российской экономики, направления экономической политики государства (из ФГОС ВПО).

3. Теорию вероятностей и математическую статистику.

Уметь:

1. Использовать основные методы теории вероятностей и математической статистики.

2. Использовать компьютерную технику в режиме пользователя для анализа данных отечественной и зарубежной математической статистики.

3. Анализировать во взаимосвязи экономические явления, процессы и институты на микро- и макроуровне (из ФГОС ВПО).

Владеть:

1. Методикой анализа и интерпретации показателей и величин теории вероятностей и математической статистики

2. Навыками специальной вероятностной терминологии , используемой в экономике.

Б) Требования (знания, умения, навыки) к освоению дисциплины.

Исходя из цели курса в результате изучения дисциплины студенты должны:

Знать:

случайные события; частота и вероятность; основные формулы для вычисления вероятностей; случайные величины; числовые характеристики дискретной и непрерывной случайных величин; нормальный закон распределения; генеральная совокупность и выборка; оценки параметров; корреляция и регрессия.

Уметь:

1. Использовать основные методы теории вероятностей и математической статистики.

2. Использовать компьютерную технику в режиме пользователя для анализа данных отечественной и зарубежной математической статистики.

Владеть:

Методикой анализа и интерпретации показателей и величин теории вероятностей и математической статистики, применяемых в экономике.

2. ФОРМИРОВАНИЕ КОМПЕТЕНЦИЙ

2.1. Состав образовательных технологий по дисциплине

В соответствии с требованиями ФГОС ВПО по направлению подготовки «Экономика» реализация компетентностного подхода предусматривает использование в учебном процессе традиционных, активных и интерактивных форм проведения занятий в сочетании с внеаудиторной работой студентов.

По данной учебной дисциплине предусмотрены следующие образовательные технологии:

1.лекции;

2. активные / интерактивные формы (на всех практических занятиях);

3.практические занятия;

4. самостоятельная работа;

5.подготовка к экзамену.

2.2. Формирования компонентов компетенций

Образовательные технологии по освоению компетенций и схема формирования знаний, умений и навыков приведены в таблице 2.1.

Таблица 2.1

Образовательные технологии по освоению компетенций

<table>
<tr><td rowspan="2">Компоненты компетенций, подлежащие освоению при изучении дисциплины</td><td colspan="5">Образовательные технологии по освоению соответствующих компонентов компетенций
Условные обозначения форм обучения:
З-заочная форма обучениия; ЗС-заочно-сокращенная форма обучения</td></tr>
<tr><td>Лекции (Л)</td><td>Семинарские и практически е занятия (ПЗ)</td><td>Задания на самостоятельну ю работу</td><td>Интерактивна я лекция</td><td>Подгот овка к экзамен у</td></tr>
<tr><td colspan="6">Компетенция - ПК-8 Экономика</td></tr>
<tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td></tr>
<tr><td>Знать:
1. Закономерности функционирования современной экономики на макро- и микроуровне (из ФГОС ВПО)
2. Основные особенности российской экономики, направления экономической политики государства (из ФГОС ВПО)
3. Теорию вероятностей и математическую статистику</td><td>Лекции по темам №№1-15 для всех форм обучени я</td><td>ЗС-ПЗ №1-15
З-ПЗ№1-15</td><td>Задания на СРС по темам №№1-15 ля всех форм обучения</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Уметь:
1. Использовать основные методы теории вероятностей и</td><td>Лекции по темам №№1-15 8для всех</td><td>ЗС-ПЗ№№1-15</td><td>Задания на СРС по темам №№1-15 для всех форм обучения</td><td></td><td></td></tr>
</table>

Продолжение таблицы 2.1

1	2	3	4	5	6
математической статистики 2. Использовать компьютерную технику в режиме пользователя для анализа данных отечественной и зарубежной математической статистики; 3. Анализировать во взаимосвязи экономические явления, процессы и институты на микро- и макроуровне (из ФГОС ВПО)	форм обучения				
Владеть: 1. Методикой анализа и интерпретации показателей и величин теории вероятностей и математической статистики 2. Навыками специальной вероятностной терминологии, используемой в экономике	Лекции по темам №№1-15 для всех форм обучения	**ЗС**-ПЗ№№1-15; **З**-ПЗ№1	Задания на СРС по темам №№1-15 для всех форм обучения		

2.3. Состав, содержание и методика реализации активных и интерактивных образовательных технологий, применяемых при изучении дисциплины

Состав, содержание и сроки реализации активных и интерактивных образовательных технологий по формам обучения приведены в таблице 2.2

Таблица 2.2

Содержание и схема реализации активных и интерактивных технологий обучения

<table>
<tr><td rowspan="2">Наименование, цель и содержание активных и интерактивных образовательных технологий</td><td colspan="2">Сроки реализации активных и интерактивных технологий на аудиторных занятиях по формам обучения и их трудоемкость (часов)</td></tr>
<tr><td>Заочно-сокращенная форма обучения</td><td>Заочная форма обучения</td></tr>
<tr><td>Тренинги
по темам:
1) заочно-сокращенная форма- 1-5
2) заочная форма – 3-5
Цель - овладение методикой и практическими навыками решения задач по теории вероятностей и математической статистики и интерактивного обсуждения выполненных вариантов решений
Содержание: письменное решение многовариантных практических задач по теории вероятностей и математической статистики и изложение выводов и предложений по результатам анализа с последующим обсуждением результатов в интерактивном режиме.</td><td>На практических занятиях
№№ 2-6
Трудоемкость-2 часов</td><td>На практических занятиях №№2-4
Трудоемкость 2 часа</td></tr>
<tr><td>Итого трудоемкость (академических часов)</td><td>2</td><td>2</td></tr>
</table>

2.4. Методика реализации активных и интерактивных образовательных технологий

Активное обучение студентов по данной дисциплине обеспечивается диалоговым взаимодействием преподавателя и студентов с целью формирования *практических* навыков по теории вероятностей и математической статистики.

Задачами активного и интерактивного обучения по дисциплине являются:

- закрепление теоретических знаний, полученных при изучении дисциплины;
- овладение методикой и практическими навыками по теории вероятностей и математической статистики;
- обобщение всего комплекса знаний по дисциплине;
- приобретение навыков публичных выступлений.

Реализация активных технологий по дисциплине осуществляется на аудиторных семинарских и практических занятиях для всех форм обучения.

Тематические тренинги построены на задачах, ситуациях, вопросах, обсуждениях проблем.

Методика проведения тренинга предусматривает наличие общей программы тренинга, подготовленной преподавателем, рабочего сценария тренинга, набора заданий и задач для отработки, набора раздаточных материалов. Вводная часть тренинга составляет не более 10 минут от всего времени занятия и предназначена для определения и разъяснения преподавателем конкретных условий модели тренинга.

3. УСЛОВИЯ РЕАЛИЗАЦИИ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

3.1. Требования к минимальному материально-техническому обеспечению

Реализация рабочей программы дисциплины требует наличия учебного кабинета математических дисциплин.

Оборудование учебного кабинета: парты, доска, экран, чертежные инструменты (линейка, циркуль, транспортир), презентации к лекциям, программное обеспечение.

Технические средства обучения: мультимедиа-проектор, ноутбук или персональный компьютер.

3.2. Информационное обеспечение обучения

Перечень рекомендуемых учебных изданий, интернет-ресурсов, дополнительной литературы.

Основные источники

1. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. М.: Юрайт, 2011г.- 480 с.
2. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике. М.: Юрайт, 2011.- 416 с.
3. Спирина М.С., Спирин П.А. Теория вероятностей и математическая статистика. М.: Академия, 2011. – 352с.
4. Спирина М.С. Спирин П.А. Дискретная математика. М.: AKADEMIA, 2010.-368с.

Дополнительные источники

1. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. М.: Высшая школа, 2002.- 575с.
2. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Задачи и упражнения по теории вероятностей. М.: Высшая школа, 2000.- 448с.
3. Ефременкова О.В. Теория вероятностей и математическая статистика. Варианты контрольных и индивидуальных заданий для студентов дневной и заочной форм обучения/ Рубцовский индустриальный институт. – Рубцовск, 2002.-35 с.

4. Кириллова Г.А. Математика. Теория вероятностей и математическая статистика. Методические указания и задания к выполнению контрольной работы для студентов заочной формы обучения/ Рубцовский индустриальный институт. – Рубцовск, 2007.-55 с.

5. Компьютерно- ориентированный курс. М.: Дрофа, 2008.- 480с.

6. Колемаев В.А., Калинина В.Н. Теория вероятностей и математическая статистика. М.: ИНФРА-М, 2001. – 302с.

7. Кремер Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика. М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2002. – 543с.

Интернет-ресурсы

1. Образовательный математический сайт http://exponenta .ru.
2. Электронная библиотека АлтГТУ http://new.elib.altstu.ru.
3. Каталог образовательных Интернет-ресурсов http://www.edu.ru.
4. Бесплатные библиотеки сети http://allbest .ru.

3.3. Примеры решений задач контрольной работы

Пример 1. В ящике 10 шаров: 7 черных и 3 белых. Из ящика вынимают 5 шаров. Найти вероятность того, что среди них окажется 3 черных и 2 белых шара.

Решение.

Требуемую вероятность найдем с помощью классической формулы: $P(A)=\frac{m}{n}$.

Число n - общее число возможных исходов - равно (поскольку порядок шаров безразличен) сочетанию 5 из 10 элементов: $n = C_{10}^{5}$.

Теперь определим число благоприятных исходов m. Очевидно, что способов, которыми можно вынуть 3 черных шара из 7 и 2 белых шара из 5, равно соответственно: C_7^3 и C_3^2.

Поскольку каждая комбинация черных шаров может сочетаться с любой комбинацией белых, всего получится $C_7^3 \cdot C_7^4$ способов.

Получим: $P(A) = \dfrac{C_7^3 \cdot C_3^2}{C_{10}^5} = \dfrac{\frac{7!}{3!\cdot 4!}\cdot\frac{3!}{2!\cdot 1!}}{\frac{10!}{5!\cdot 5!}} \approx 0,417.$

Ответ: $P(A) \approx 0{,}42$.

Пример 2. Из колоды в 36 карт наугад вынимают 5 карт. Какова вероятность того, что среди них не будет карты пиковой масти?

Решение.

Воспользуемся формулой классического подсчета вероятностей $P(A)=\frac{m}{n}$.

Очевидно, общее количество возможных исходов n равно C_{36}^{5}.

Так как в колоде 27 карт не пиковой масти, то благоприятным исходом можно считать извлечение 5 любых из них. Тогда $m = C_{27}^{5}$.

Получим: $P(A) = \dfrac{C_{27}^5}{C_{36}^5} = \dfrac{\frac{27!}{5!\cdot 22!}}{\frac{36!}{5!\cdot 31!}} \approx 0,214.$

Ответ: $P(A) \approx 0,214$

Пример 3. Вероятность обнаружения опечатки на странице книги равна 0,01. Найти вероятность того, что в 500-страничной книге не будет обнаружено опечаток (обнаружение опечаток на различных страницах считать независимыми событиями).

Решение.

Поскольку в условиях независимых испытаний Бернулли вероятность p=0,01 (p≤0,1), близка к нулю, а $n = 500$ велико, применим формулу Пуассона:

$$P_n(k) = \frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!}, \text{ где } \lambda = n\cdot k = 500 \cdot 0,01 = 5.$$

Для $k = 0$ (отсутствие опечаток), получаем: $Н_{500}(0) = \dfrac{5^0}{0!} e^{-5} \approx 0,007.$

Ответ: $Р_{500} \approx 0,007$.

Пример 4. Узел содержит три независимо работающие детали. Вероятность отказа деталей соответственно равны 0,1; 0,2; 0,3. Найти вероятность отказа узла, если для этого достаточно, чтобы отказала хотя бы одна деталь.

Решение.

Для нахождения вероятности события A - отказа узла, найдем сначала вероятность противоположного события $P(\bar{A})$, заключающегося в исправной работе всех деталей:

$P(\bar{A}) = (1-0,1)\cdot(1-0,2)\cdot(1-0,3) = 0,9\cdot 0,8\cdot 0,7 = 0,504.$

Искомая вероятность равна:

$P(A)=1-P(\bar{A})=1-0,504=0,496.$

Ответ: $P(A) \approx 0,496$.

Пример 5. Монета бросается пять раз. Найти вероятность того, что орел выпадет 2 раза.

Решение.

По формуле Бернулли при n = 5, p = 0,5 найдем искомую вероятность:

$$P_5(2) = C_5^2 0,5^2 (1-1,5)^3 = \frac{5!}{2!\cdot 3!} \cdot 0,5^5 \approx 0,01.$$

Ответ: $P_2(2) \approx 0,01$.

Пример 6. Два завода производят детали, поступающие в магазин. Вероятность выпуска бракованной детали для первого завода равна 0,8, для второго - 0,7. С первого завода поступило в 3 раза больше деталей, чем со второго. Покупатель приобрел годную деталь. Найти вероятность того, что она с первого завода.

Решение.

Этот пример решим по формуле Байеса:

$$P_A(H_1) = \frac{P_{H_1}(A)\cdot P(H_1)}{P_{H_1}(A)\cdot P(H_1) + P_{H_2}(A)\cdot P(H_2)},$$

где событие A - выбрана годная деталь.

Событие (гипотеза) H_1 – произвольно выбранная деталь произведена на первом заводе.

Событие (гипотеза) H_2 - произвольно выбранная деталь произведена на втором заводе.

По условию: $P(H_1)=\frac{3}{4},\quad P(H_2)=\frac{1}{4}.\quad P_{H_1}(A)=0,8\quad P_{H_2}(A)=0,7.$

Получим: $P_A(H_1)=\dfrac{0,8\cdot\frac{3}{4}}{0,8\cdot\frac{3}{4}+0,7\cdot\frac{1}{4}}\approx 0,77.$

Ответ: $P_A \approx 0{,}77$.

Пример 7. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение дискретной случайной величины, заданной законом распределения:

X	- 1	2	4
p	0,2	0,3	0,5

Решение.

Сначала найдём математическое ожидание по формуле: $M(X)=\sum_{i=1}^{n} x_i p_i$.

$M(X)=-1\cdot 0{,}2+2\cdot 0{,}3+4\cdot 0{,}5=-0{,}2+0{,}6+2=2{,}4$.

Дисперсию вычислим по формуле: $D(X)=M(X^2)-M^2(X)$.

Чтобы найти $M(X^2)$, составим закон распределения для X^2 в виде таблицы:

X	1	4	16
p	0,2	0,3	0,5

Тогда $M(X^2)=1\cdot 0{,}2+4\cdot 0{,}3+16\cdot 0{,}5=0{,}2+1{,}2+8=9{,}4$.

Получим: $D(X)=9{,}4-2{,}4^2=9{,}4-5{,}76=3{,}64$.

Находим среднее квадратическое отклонение: $\sigma(X)=\sqrt{D(X)}=\sqrt{3{,}64}\approx 1{,}9$.

Ответ: $M(X)=2{,}4,\ D(X)=3{,}64,\ \sigma(X)\approx 1{,}9$.

Пример 8. Случайная величина X задана функцией распределения:

$$F(x)=\begin{cases} 0, & x\le -1; \\ \frac{3}{4}x+\frac{3}{4}, & -1<x\le \frac{1}{3}; \\ 1, & x>\frac{1}{3}. \end{cases}$$

Найти: а) плотность распределения случайной величины; б) вероятность того, что в результате испытания величина примет значение, заключённое в интервале $(0,\frac{1}{3})$.

Решение.

а) Воспользуемся тем, что плотность распределения является производной от функции распределения: $f(x)=F'(x)$. Получим:

$$f(x)=\begin{cases}0, & x\le -1;\\ \frac{3}{4}, & -1<x\le \frac{1}{3};\\ 0, & x>\frac{1}{3}.\end{cases}$$

б) Вероятность того, что случайная величина примет значение из некоторого интервала, равна приращению её функции распределения на этом интервале:

$$P(a<X<b)=F(b)-F(a).$$

В нашем случае:

$$P(0<X<\frac{1}{3})=F(\frac{1}{3})-F(0)=1-\frac{3}{4}=\frac{1}{4}.$$

Ответ:

а) плотность распределения $f(x)=\frac{3}{4}$ *на интервале* $(-1,\frac{1}{3})$ и $f(x)=0$ е этого интервала;

б) $P(0<X<\frac{1}{3})=\frac{1}{4}.$

Пример 9. Найти вероятность попадания в интервал (15; 25) нормально распределенной случайной величины *X*, если известны ее математическое ожидание, *a* = 20 и среднее квадратичное отклонение σ= 5. Построить схематично график плотности распределения.

Решение.

Используем формулу:

$$P(\alpha<X<\beta)=\int_{\alpha}^{\beta} f(x)dx=\int_{\alpha}^{\beta}\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}=\Phi\left(\frac{\beta-a}{\sigma}\right)-\Phi\left(\frac{\alpha-a}{\sigma}\right),$$

где $\Phi(x)$ - функция Лапласа.

По условию: α=15, β=25, a=20, σ=5.

Получим:

$$\Phi\left(\frac{25-20}{5}\right)-\Phi\left(\frac{15-20}{5}\right)=\Phi(1)-\Phi(-1)=2\Phi(1)=2\cdot 0,3413=0,6826.$$

Ответ: $P(15<X<25)=0,6826.$

3.4. Примерный перечень вопросов к зачету

1. Предмет теории вероятностей. Ее роль в экономической науке.
2. Основные понятия теории вероятностей. Объективная и субъективная стороны вероятности.
3. Частота события. Ее сходимость к вероятности.
4. Классическое определение вероятности. Основные формулы комбинаторики.

5. Геометрическое определение вероятности. Достоинства и ограничения.
6. Простые и сложные события. Сумма событий. Теорема сложения вероятностей.
7. Простые и сложные события. Произведение событий. Условная вероятность события. Теорема умножения вероятностей.
8. Формула Бернулли. Формула Пуассона. Сфера их применения.
9. Локальная и интегральная теоремы Муавра-Лапласа.
10. Формула полной вероятности. Формула Байеса.
11. Дискретные случайные величины. Формы задания их законов распределения.
12. Непрерывные случайные величины. Формы задания их законов распределения.
13. Случайная величина. Типы случайных величин. Закон распределения как исчерпывающая характеристика случайных величин.
14. Числовые характеристики случайных величин. Их свойства. Метод моментов.
15. Равномерный закон распределения случайных величин. Сфера проявления.
16. Показательный (экспоненциальный) закон распределения случайных величин. Сфера проявления.
17. Нормальный закон распределения случайных величин. Сфера проявления.
18. Расчеты, связанные с использованием нормального закона распределения. Понятие о квантилях распределения.
19. Правило «трех сигм».
20. Биномиальное распределение. Сфера проявления.
21. Распределения Пуассона. Сфера проявления.
22. Системы случайных величин. Условные и безусловные законы распределения системы дискретных случайных величин.
23. Системы случайных величин. Условные и безусловные законы распределения системы непрерывных случайных величин.
24. Понятие о композиции законов распределения на примере случайных величин с равномерным законом распределения на $[0;1]$.
25. Закон больших чисел. Неравенство Маркова.
26. Закон больших чисел. Неравенство Чебышева.
27. Закон больших чисел. Теорема Чебышева.
28. Закон больших чисел. Теорема Бернулли. Теорема Пуассона.
29. Закон больших чисел. Центральная предельная теорема.
30. Корреляционный момент, коэффициент корреляции двух случайных величин.
31. Понятие о регрессионной зависимости случайных величин. Линейные уравнения регрессии.
32. «Точные» законы распределения. Распределение Гаусса.

3.5. Примеры тестовых заданий

1. *Случайной величиной называется…*

а) величина, которая в результате испытания может принять то или иное значение, неизвестно заранее – какое именно;

б) величина, которая в результате испытания принимает постоянное значение;

в) численная мера объективной возможности наступления некоторого события *A*;

г) величина, которая в результате испытания может принять то или иное значение, известно заранее – какое именно.

2. *Частотой события называется…*

а) отношение числа благоприятствующих появлению события исходов к общему числу равновозможных исходов;

б) отношение числа опытов, в которых событие состоялось, к общему числу проведенных опытов;

в) отношение общего числа исходов к числу, благоприятствующих появлению события, исходов;

г) отношение числа опытов, в которых событие не состоялось, к общему числу проведенных опытов.

3. *Теорема умножения вероятностей для двух зависимых событий – это…*

а) вероятность произведения двух событий равна сумме вероятностей этих событий без вероятности их совместного появления;

б) вероятность произведения двух событий равна произведению вероятностей этих событий;

в) вероятность произведения двух событий равна произведению вероятности одного из них на условную вероятность другого;

г) вероятность произведения двух событий равна сумме условных вероятностей этих событий.

4. *К «точным» законам распределений относятся…*

а) нормальный, показательный, равномерный;

б) нормальный, Стьюдента, Фишера;

в) Гаусса, показательный, Фишера;

г) Стьюдента, Фишера, χ^2, Гаусса.

5. *Под законом распределения случайной величины X понимают…*

а) числовые характеристики случайной величины X;

б) множество всех возможных значений случайной величины;

в) всякое соотношение возможных значений случайной величины и соответствующих им вероятностей;

г) всякое соотношение вероятности и частоты возможных значений случайной величины.

6. *Первое представление о законе распределения случайной величины X можно получить по…*

а) построенной гистограмме распределения случайной величины;
б) значениям точечных оценок случайной величины;
в) доверительным интервалам параметров распределения;
г) числовому критерию проверки гипотез.

7. *Степень тесноты линейной зависимости между двумя случайными величинами характеризует…*

а) математическое ожидание;
б) второй центральный момент;
в) условный закон распределения одной из случайных величин;
г) коэффициент корреляции.

8. *Рассеивание, разбросанность значений случайной величины X относительно ее математического ожидания характеризуется…*

а) коэффициентом асимметрии; б) модой;
в) дисперсией; г) эксцессом.

9. *Вероятность того, что студент, не знающий курса теории вероятностей, ответит на все 10 вопросов данного теста правильно, равна…*

а) $\left(\frac{1}{4}\right)^{10}$; б) $1-\left(\frac{1}{4}\right)^{10}$; в) $\left(\frac{3}{4}\right)^{10}$; г) $1-\left(\frac{3}{4}\right)^{10}$.

10. *Средневзвешенная оценка (математическое ожидание) числа вопросов данного теста, на которые ответит правильно студент, не знающий курса теория вероятностей, равна…*

а) 7,5; б) 0,25; в) 0,75; г) 2,5.

11. Точечная оценка $\tilde{\theta}$ параметра θ является несмещенной, если ее математическое ожидание $M(\tilde{\theta})$: …

а) $M(\tilde{\theta})<0$; б) $M(\tilde{\theta})=0$; в) $M(\tilde{\theta})>0$; г) $M(\tilde{\theta})$ не существует.

4. КОНТРОЛЬ И ОЦЕНКА РЕЗУЛЬТАТОВ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Контроль и оценка результатов освоения дисциплины осуществляется преподавателем в процессе проведения практических занятий и лабораторных работ, тестирования, а также выполнения обучающимися индивидуальных заданий, проектов, исследований (см. табл. 4.1).

Таблица 4.1

Результаты обучения (освоенные умения, усвоенные знания)	**Формы и методы контроля и оценки результатов обучения**
1	**2**
Умения: - применять стандартные методы и модели к решению вероятностных и статистических задач; - пользоваться расчетными формулами, таблицами, графиками	Сдача и защита индивидуальных заданий по темам практических занятий. Тестовый контроль. Письменная проверочная работа.

Продолжение таблицы 4.1

1	2
при решении статистических задач; - применять современные пакеты прикладных программ многомерного статистического анализа.	Контроль экранного варианта выполнения практических работ.
Знания: - основные понятия комбинаторики; - основы теории вероятностей и математической статистики; - основные понятия теории графов.	Тестовый контроль. Сдача и защита индивидуальных заданий по темам практических занятий. Тестовый контроль. Тестовый контроль.

5. ЗАДАНИЯ ДЛЯ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ. ТАБЛИЦА ВЫБОРА ВАРИАНТОВ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

5.1.Общие методические указания

Контрольные работы должны выполняться в отдельной тетради на клетчатой бумаге. Работа, выполненная небрежно, будет возвращена студенту без проверки. На первой странице записать наименование предмета, номер контрольной работы, фамилию и инициалы, шифр, название учебно-консультационного пункта и адрес. В тетради оставляют поля шириной 4-5 см.

Условия всех задач писать полностью. Если требуется чертеж, то его выполняют карандашом, с помощью чертежных инструментов. При построении чертежа соблюдается масштаб.

Решение задачи или примера должно сопровождаться необходимыми вычислениями, формулами и пояснениями.

Если работа выполнена неудовлетворительно, то студент исправляет её и представляет вторично или по указанию преподавателя выполняет другой вариант.

Работа, выполненная не по своему варианту, не засчитывается и возвращается без проверки.

5.2. Указание по выбору варианта и определение вопросов и заданий для контрольной работы

Перед тем, как приступить к выполнению контрольной работы, необходимо изучить теоретический материал и разобрать решения типовых задач, приведенных в данном пособии. Контрольная работа содержит 11 задач и один теоретический вопрос. Номер варианта соответствует Вашему номеру в зачетной книжке.

№ варианта	№ задачи							
	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**
1	1	2	3	4	5	6	7	8
2	2	3	4	5	6	7	8	9
3	3	4	5	6	7	8	9	10
4	4	5	6	7	8	9	10	11
5	5	6	7	8	9	10	11	12
6	6	7	8	9	10	11	12	1
7	7	8	9	10	11	12	1	2
8	8	9	10	11	12	1	2	3
9	9	10	11	12	1	2	3	4
10	10	11	12	1	2	3	4	5
11	11	12	1	2	3	4	5	6
12	12	1	2	3	4	5	6	7
13	2	10	4	4	5	6	7	8
14	3	11	8	5	6	7	8	9
15	4	12	6	6	7	8	9	10
16	5	9	10	7	8	9	10	11
17	6	8	12	4	2	1	3	5
18	7	7	11	12	3	2	4	6
19	8	3	9	11	4	3	4	5
20	9	4	5	10	5	4	5	3
21	10	5	7	9	6	5	6	4
22	11	6	1	8	7	6	7	2
23	12	2	3	7	8	7	8	1
24	4	1	4	6	9	8	9	3
25	5	12	5	5	10	9	10	12
26	6	11	6	3	11	10	11	11
27	7	10	7	2	12	11	12	10
28	8	9	8	1	1	12	9	9
29	9	8	9	5	3	3	8	8
30	10	7	10	6	5	4	7	7
31	11	6	11	7	7	5	6	6
32	12	5	12	8	9	6	5	4
33	3	4	3	9	11	7	4	3
34	4	3	2	10	4	8	3	2
35	5	2	1	11	2	9	2	1
36	6	3	4	5	6	4	1	12
37	7	4	5	4	8	10	10	11
38	8	5	6	3	10	11	9	9
39	9	6	7	2	12	12	8	8
40	10	7	8	1	1	1	7	7
41	11	1	9	10	2	2	6	6
42	12	8	10	9	3	3	5	5
43	1	9	11	8	4	4	4	4
44	2	10	12	7	5	5	3	3
45	3	11	3	6	6	12	2	2

5.3. Задания для контрольных работ

Задача 1

1. Бросаются 2 игральные кости. Какова вероятность того, что сумма очков, выпавших на двух костях, окажется равной 8?

2. В первом ящике находятся шары с номерами от 1 до 5, а во втором - с номерами от 6 до 10. Из каждого ящика вынули по одному шару. Какова вероятность того, что сумма номеров взятых шаров 1) не меньше 7, 2) равно 11, 3) не больше 11?

3. На полку ставят четырехтомное собрание сочинений. Какова вероятность, что в начале будет стоять первый том, а в конце - четвертый?

4. На 100 карточках написаны числа от 1 до 100. Определить вероятность того, что на случайно выбранной карточке содержится цифра 5?

5. Одновременно бросаются три игральные кости. Какова вероятность, что произведение выпавших очков 48?

6. Студент знает 20 из 25 вопросов программы. Вычислить вероятность того, что студент знает 2 вопроса из билета.

7. В урне 10 шаров: 6 белых и 4 черных. Вынули 3 шара. Какова вероятность, что а) все они белые, б) среди них 2 белых?

8. В группе из 30 студентов на контрольной работе шестеро получили оценку «отлично», 10 - «хорошо», 9 - «удовлетворительно». Какова вероятность того, что двое из трех вызванных к доске студентов имеют неудовлетворительные оценки за контрольную работу?

9. В конверте среди 100 фотокарточек находится одна разыскиваемая. Из конверта наудачу извлечены 10 карточек. Найти вероятность того, что среди них окажется нужная.

10.В цехе работают шесть мужчин и четыре женщины. По табельным номерам наудачу отобраны семь человек. Найти вероятность того, что среди отобранных лиц окажутся три женщины.

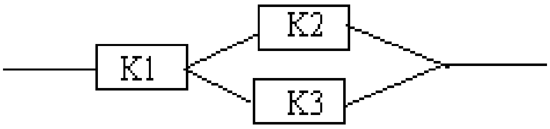
11.В группе 12 студентов, среди которых 8 отличников. По списку наудачу отобраны 9 студентов. Найти вероятность того, что среди отобранных студентов пять отличников.

12.В коробке пять одинаковых изделий, причем три из них окрашены. Наудачу извлечены два изделия. Найти вероятность того, что среди извлеченных изделий окажется хотя бы одно окрашенное.

Задача 2

1. Рабочий обслуживает три станка, работающих независимо. Вероятности поломок для них равны соответственно 0,1; 0,2 и 0,3. Вычислить вероятности поломки а) для всех станков; б) хотя бы одного станка; в) только одного станка.

2. В электрической цепи элементы К1, К2, К3 выходят из строя с вероятностями 0,3; 0,2 и 0,1 соответственно независимо друг от друга. Найти вероятность разрыва цепи.



3. В двух урнах находятся одинаковые шары, отличающиеся только цветом, причем в первой урне 5 белых, 11 черных, 8 красных шаров; во второй - соответственно 10,8,6. Из обеих урн наудачу извлекается по одному шару. Какова вероятность того, что оба шара одного цвета?

4. Игра между *A* и *B* ведется на следующих условиях: в результате первого хода, который делает *A*, он может выиграть с вероятностью 0,3; если первым ходом *A* не выигрывает, то ход делает *B* и может выиграть с вероятностью 0,5; если в результате этого хода *B* не выигрывает, то *A* делает второй ход, который может привести его к выигрышу с вероятностью 0,4. Определить вероятность выигрыша для *A* и *B*.

5. На стеллаже библиотеки в случайном порядке расставлены 15 учебников, причем 5 из них в переплете. Библиотекарь берет наудачу 3 учебника. Найти вероятность того, что хотя бы один из них окажется в переплете.

6. Студент разыскивает нужную ему формулу в двух справочниках. Вероятность того, что формула содержится в первом справочнике, равна 0,6, во втором - 0,7. Какова вероятность того, что формула содержится только в одном справочнике? б) хотя бы в одном справочнике?

7. В ящике 10 красных и 6 синих пуговиц. Вынимаются наудачу две. Какова вероятность, что пуговицы будут одноцветными?

8. Студент знает 24 вопроса из 30. Какова вероятность сдать зачет, если после отказа отвечать на первый вопрос преподаватель задает еще один?

9. Игрок *A* поочередно играет по две партии с игроками *B* и *C*. Вероятности выигрыша первой партии для B и C равны соответственно 0,1 и 0,2; во второй партии - 0,3 и 0,4. Определить вероятности выиграть первым для *B* и *C*.

10. В партии 80% изделий высшего качества. Найти вероятность того, что из трех проверенных изделий только два будут высшего сорта.

11. На фабрику химчистки поступают заказы из двух ателье, причем из первого в три раза больше, чем из второго. Из числа общих заказов мастер берет два первых попавшихся. Какова вероятность того, что оба заказа окажутся а) из одного и того же ателье? б) из разных ателье?

12. Два стрелка стреляют по мишени. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле для первого стрелка равна 0,7, а для второго – 0,8. Найти вероятность того, что при одном залпе в мишень попадет хотя бы один стрелок.

Задача 3

1. В первой коробке содержится 20 радиоламп, из них 18 стандартных, во второй коробке 10 ламп, из них 9 стандартных. Из второй коробки наудачу

взята лампа и переложена в первую. Найти вероятность того, что наудачу извлеченная теперь из первой коробки лампа окажется стандартной.

2. В группе спортсменов 20 лыжников, 6 велосипедистов и 4 бегуна. Вероятность выполнить квалификационную норму равна для лыжника 0,9, для велосипедиста – 0,8, для бегуна – 0,75. Найти вероятность того, что спортсмен, вызванный наудачу, выполнит норму.

3. Сборщик получил 5 коробок деталей, изготовленных первым заводом, и две коробки деталей, изготовленных вторым заводом. Вероятность того, что деталь первого завода стандартна, равна 0,8, второго – 0,9. Сборщик наудачу извлек деталь из наудачу выбранной коробки. Она оказалась бракованной. Найти вероятность того, что деталь изготовлена первым заводом.

4. 5% мужчин и 0,25% женщин являются дальтониками. Произвольно выбранное лицо оказалось дальтоником. Какова вероятность, что это мужчина?

5. В специализированную больницу поступают в среднем 50% больных с заболеванием К, 30% - с заболеванием P и 20% - с заболеванием M. Полное излечение от этих болезней в среднем составляет соответственно 70%, 80% и 90% случаев. Больной, поступивший в больницу, был выписан полностью здоровым. Найти вероятность того, что этот больной страдал заболеванием K.

6. В партии из 10 телевизоров число бракованных равновозможно от 0 до 2. Наугад выбран телевизор. Какова вероятность, что он бракованный.

7. В урну, содержащую 4 шара, опущен белый шар, после чего наудачу извлечен один шар. Найти вероятность того, что извлеченный шар окажется белым, если равновозможны все предположения о первоначальном составе шаров по цвету.

8. В лаборатории имеются 6 автоматов и 4 полуавтомата. Вероятность того, что за время выполнения некоторого расчета автомат не выйдет из строя, равна 0,95, для полуавтомата эта вероятность равна 0,8. Студент производит расчет на наудачу выбранной машине. Найти вероятность того, что до окончания расчета машина не выйдет из строя.

9. В пирамиде 5 винтовок, три из которых с оптическим прицелом. Вероятность того, что стрелок поразит мишень из винтовки с оптическим прицелом, равна 0,95; для винтовки без оптического прицела эта вероятность равна 0,7. Найти вероятность того, что мишень будет поражена, если стрелок произведет один выстрел из наудачу взятой винтовки.

10. В ящике содержится 12 деталей, изготовленных на заводе №1, 20 деталей – на заводе №2 и 18 деталей – на заводе №3. Вероятность того, что деталь, изготовленная на заводе №1, отличного качества, равна 0,9; для деталей, изготовленных на заводах №2 и №3, эти вероятности соответственно равны 0,6 и 0,9. Найти вероятность того, что наудачу извлеченная деталь окажется отличного качества.

11. В первой урне содержится 10 шаров, из них 8 белых; во второй урне 20 шаров, из них 4 белых. Из каждой урны наудачу извлекли по одному шару, а затем из этих двух шаров наудачу взят один. Найти вероятность того, что взят белый шар.

12. В каждой из трех урн содержится 6 черных и 4 белых шара. Из первой урны наудачу извлечен один шар и переложен во вторую, после чего из второй урны наудачу извлечен один шар и переложен в третью урну. Найти вероятность того, что шар, извлеченный наудачу из третьей урны, окажется белым.

Задача 4

1. В семье пятеро детей. Найти вероятность того, что среди них а) два мальчика; б) не более двух мальчиков; в) более двух мальчиков; г) не менее двух и не более трех мальчиков. Вероятность рождения мальчика принять равной 0,51.
2. Что вероятнее: выиграть у равносильного противника (без ничьих) три партии из четырех или пять из восьми?
3. Из ящика с десятью шарами (6 белых и 4 черных) последовательно вынимаются три шара с возвращением. Определить вероятность того, что белый шар появится не более двух раз.
4. Наблюдениями установлено, что в некоторой местности в сентябре в среднем бывает 12 дождливых дней. Какова вероятность того, что из случайно взятых в этом месяце 8 дней 3 дня окажутся дождливыми?
5. Что вероятнее: выиграть у равносильного противника (без ничьих)

   а) одну партию из трех или две из четырех? б) не менее двух партий из четырех или не менее трех партий из пяти?
6. Вероятность хотя бы одного появления события A в трех опытах равна $^{26}/_{27}$. Найти вероятность появления A в каждом опыте.
7. Монету бросают 5 раз. Найти вероятность того, что герб выпадет: а) менее двух раз, б) не менее двух раз.
8. Найти вероятность того, что событие A появится не менее трех раз в четырех независимых испытаниях, если вероятность появления A в одном испытании равна 0,4.
9. Событие B появится в случае, если событие A наступит не менее четырех раз. Найти вероятность наступления события B, если будет произведено 5 независимых испытаний, в каждом из которых вероятность появления события A равна 0,8.
10. Устройство состоит из трех независимо работающих элементов. Устройство откажет, если откажет хотя бы один элемент. Вероятность отказа каждого элемента за время t равна 0,1. Найти вероятность безотказной работы устройства за это время.
11. Устройство состоит из трех независимо работающих элементов. Устройство откажет, если откажет хотя бы один элемент. Вероятность отказа каждого элемента за время t равна 0,1. Найти вероятность безотказной работы устройства за это время, если включен один резервный элемент. Предполагается, что резервные элементы работают в том же режиме, что и основные, вероятность отказа каждого резервного элемента также равна 0,1, и устройство отказывает, если работает меньше трех элементов.

12. Устройство состоит из трех независимо работающих элементов. Устройство откажет, если откажет хотя бы один элемент. Вероятность отказа каждого элемента за время t равна 0,1. Найти вероятность безотказной работы устройства за это время, если включены два резервных элемента. Предполагается, что резервные элементы работают в том же режиме, что и основные, вероятность отказа каждого резервного элемента также равна 0,1, и устройство отказывает, если работает меньше трех элементов.

Задача 5

Для заданной случайной величины X найти:

- Ряд распределения.
- Построить полигон распределения.
- Найти интегральную функцию распределения и построить ее график.
- Найти вероятность того, что значение X принадлежит интервалу (1;5).
- Найти числовые характеристики X.

1. Производится последовательное испытание пяти приборов на надежность. Каждый следующий прибор испытывается только в том случае, если предыдущий оказался надежным. Вероятность выдержать испытание для каждого прибора 0,9. С.в. X – число опытов.
2. Охотник, имеющий три патрона, стреляет в цель до первого попадания (или пока не израсходует все патроны). Вероятность попадания при каждом выстреле 0,8. С.в. X – число израсходованных патронов.
3. С.в. X – количество делителей натурального числа, выбранного наугад из чисел от 1 до 10 (единицу и само число делителями не считать).
4. Выпущено 500 лотерейных билетов, причем 40 билетов принесут выигрыш по 100 рублей, 10 – по 500 рублей, 5 – по 1000 рублей. Остальные билеты безвыигрышные. С.в. X – выигрыш для владельца одного билета.
5. Урна содержит 5 черных и 10 красных мячей. Вынимаются наудачу 2 мяча. С в. X – количество черных мячей среди вынутых.
6. Производятся независимые испытания, в каждом из которых с вероятностью 0,6 может произойти событие A, испытание производится до первого появления события A, общее число испытаний не превосходит четырех. С.в. X – число испытаний.
7. Подбрасываются две монеты – 5 коп. и 10 коп. С.в. X – сумма выпавших чисел (герб=0).
8. В сборной команде по стрельбе 16 чел., из них 6 перворазрядников. Наудачу выбирают трех членов сборной. С.в. X – количество перворазрядников среди выбранных.
9. В урне имеются 4 шара с номерами от 1 до 4. Вынули 2 шара. С.в. X – сумма номеров шаров.
10. Два баскетболиста поочередно забрасывают мяч в корзину до тех пор, пока один из них не попадет. С.в. X – число бросков по кольцу, если

вероятность попадания для первого равна 0,4, для второго 0,6, и первый начинает.

11. Мишень состоит из круга №1 и двух колец с номерами 2 и 3. Попадание в круг №1 дает 10 очков, в кольцо №2 – 5 очков, в кольцо №3 – 1 очко. Вероятности попадания в круг №1 и кольца №2 и №3 равны соответственно 0,5;0,3;0,2. С.в. X – сумма выбитых очков в результате двух попыток.

12. В урне находится 3 белых и 9 черных шаров. Достали один шар. С.в. X – число белых шаров, оставшихся в урне.

Задача 6

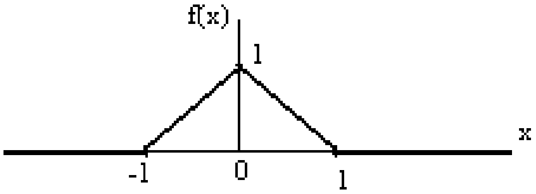
Для заданной случайной величины X найти

- Плотность распределения, построить ее график.
- Найти интегральную функцию распределения и построить ее график.
- Найти вероятность того, что значение X принадлежит интервалу (1;5) (двумя способами).
- Найти числовые характеристики X.

1. Непрерывная случайная величина задана интегральным законом распределения

$$F(x)=\begin{cases}0; x\le 0,\\ ax^3; 0<x\le 2,\\ 1; x>2.\end{cases}$$

2. График плотности вероятностей имеет вид:



3. С.в. задана плотностью вероятностей: $f(x)=\begin{cases}0, x\le 0,\\ a(3x-x^2), 0<x\le 3,\\ 0, x>3.\end{cases}$

$P(-1\le x\le 2).$

4. Интегральный закон распределения с.в. имеет вид:

$$F(x)=\begin{cases}a, x\le -2,\\ k\left(4-x^2\right), -2\le x\le 0,\\ k\left(4+x^2\right), 0\le x\le 2,\\ b, x\ge 2.\end{cases}$$

Указание: для решения задачи предварительно найдите параметры a,k,b.

5. Плотность распределения непрерывной с.в. X в интервале $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ равна $f(x) = \frac{2}{\pi}\cos^2 x$, вне этого интервала $f(x) = 0$.

6. $f(x) = \begin{cases} 0, x \le 0, \\ \sin x, 0 < x \le \pi/2, \\ 0, x > \pi/2. \end{cases}$

7. $f(x) = \begin{cases} 0, x \le \pi/6, \\ 3\sin 3x, \pi/6 < x \le \pi/3, \\ 0, x > \pi/3. \end{cases}$

8. Плотность распределения задана на всей числовой оси равенством $f(x) = \frac{2C}{1+x^2}$. Указание: для решения задачи предварительно найдите параметр C.

9. $f(x) = \begin{cases} 0, x \le 0, \\ c\sin 2x, 0 < x \le \pi/2, \\ 0, x > \pi/2. \end{cases}$

Указание: предварительно найдите параметр c.

10. $f(x) = \begin{cases} C\,arctgx, x \in \ 0;1 \ , \\ 0, x \notin \ 0;1 \ . \end{cases}$

11. $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x, x \in \ 0;1 \ , \\ 0, x \notin \ 0;1 \ . \end{cases}$

12. $F(x) = \begin{cases} 0, x \le -2, \\ \frac{x}{4} + \frac{1}{2}, -2 < x \le 2, \\ 1, x > 2. \end{cases}$

Задача 7.

1. Равномерно распределенная с.в. X имеет следующие числовые характеристики: $MX = 2, DX = \frac{1}{3}$. Найти дифференциальный закон распределения X.

2. Поезда метро идут с интервалом в две минуты. Найти дифференциальный и интегральный законы распределения времени ожидания поезда, построить их графики, определить числовые характеристики, вычислить вероятность того, что пассажир будет ожидать не более 15 секунд.

3. С.в. имеет плотность вероятностей $f(x) = \begin{cases} Ae^{-2x}, x \ge 0, \\ 0, x < 0. \end{cases}$

Найти A, числовые характеристики, функцию распределения, построить графики $f(x)$ и $F(x)$, вычислить $P(X < MX)$.

4. Время работы изделия до первого отказа в часах подчинено закону: $f(t)=2\cdot10^{-5}\cdot e^{-2\cdot10^{-5}t}, t\geq0.$ Вычислить среднее время между смежными отказами и вероятность того, что изделие не откажет до момента среднего времени безотказной работы.

5. Испытывается два независимо работающих элемента. Длительность (в часах) времени безотказной работы первого элемента имеет показательное распределение $F_1(t)=1-e^{-0,02t}$, второго $F_2(t)=1-e^{-0,05t}$. Найти вероятность того, что за время длительностью 6 часов: а) оба элемента откажут; б) оба элемента не откажут.

6. Рыболов ловит рыбу в пруду, где равновероятно поймать любую рыбу от 0,2 до 1 кг при каждом забрасывании снасти. Найти среднюю величину улова и вероятность поймать при одном забрасывании рыбу не более 0,8 кг.

7. Написать плотность вероятности и построить ее график для нормально распределенной с.в., зная, что $MX=3, DX=4.$

8. С.в. X имеет плотность вероятностей $f(x)=\frac{1}{5\sqrt{2\pi}}e^{-(x+1)^2/50}$. Найти $MX, DX, P(|X-MX|<5).$

9. С.в. X нормально распределена с $MX=10$. Известно, что $P(10<X<20)=0,3.$ Найти $P(0<X<10).$

10. С.в. X распределена по нормальному закону и имеет числовые характеристики $MX=2, DX=9.$ Вычислить $P(1,7<X<5), P(x<2), P(x\geq5).$

11. Дальномер делает систематическую ошибку 50 см в сторону занижения. Случайные ошибки подчинены нормальному закону с σX= 100 см. Найти вероятность того, что а) абсолютная величина ошибки не более 150 см; б) измеряемая дальность не превзойдет истинной.

12. Рост взрослой женщины является с.в., распределенной по нормальному закону с параметрами: $a=164см, \sigma=5,5см$. Определить, сколько в среднем женщин из 100 имеют рост от 160 до 170 см.

Задача 8

- Считая, что X – д.с.в.:
- Составить ряд распределения.
- Построить полигон распределения.
- Найти числовые характеристики.
- Составить статистическую функцию распределения, построить график.
- Считая, что X – н.с.в.:
- Составить ряд распределения, разбив промежуток на 10 равных частичных отрезка.
- Построить гистограмму частот.
- Найти статистическую плотность распределения, построить график.
- Найти статистическую функцию распределения, построить график.
- Найти числовые характеристики.

•

1. -5; 0; 3; -3; -1; 1; -5; 4; -4; -2;
-2; 2; 4; 0; -4; -5; -2; -3; -2; 4;
-3; 1; 2; 3; -5; -4; 3; -2; -1; -3;
-5; -3; 3; 0; 2; 1; -1; -4; -2; 2;
0; -2; 2; -4; -3; 3; -3; 2; -3; -2;
-4; -3; -1; 1; -3; -2; -3; -4; -3; -2;
-2; -1; -3; -2; -1; -2; -3; -2; -3; -1;
-2; -1; -2; -3; -2; -1; -2; -3; -1; -2;
-2; -1; -3; -2; -1; -2; -1; -2; -3; -2;
-2; -3; -2; -1; -2; 1; 0; -2; 1; -2

2. –4; 0; -1; 0; -2; 0; -1; 0; 1; -3;
-1; 0; -2; 0; -1; 0; 1; 0; -2; 0; 1;
-2; -1; 0; -1; 4; 1; -2; 4; 1; -3;
-1; 0; -4; 0; -2; -1; -4; 0; -2; 0;
-2; -3; 0; 3; -2; 0; -1; 1; 3; -3;
0; -2; -1; 0; -4; -2; 1; -2; 2; 0;
1; 0; -2; 1; 1; 2; 0; 2; -4; -3;
-1; -4; 0; -1; -4; 0; -2; 0; -1; 0;
0; -1; 0; -3; -1; 0; -1; 5; 0; -3;
-1; 0; -1; -3; -1; 0; -2; -1; 0; -1

3. -2; 3; 1; 0; 1; 3; 1; 1; 3; 0;
2; -1; 2; 1; 2; -1; 2; 0; 2; 1;
0; 1; 3; -3; 1; 1; 2; 1; 3; 0;
1; -2; 0; 1; 1; 3; 0; 1; 2; 1;
2; 1; 1; 2; -1; 2; -1; -3; 3; -2;
0; 3; -1; 2; 3; 1; 0; 3; 2; 1;
2; 1; -2; 4; 1; 4; 1; 4; 6; 0;
1; 4; 0; 2; 0; -3; -1; 0; 4; 1;
0; -1; 5; 1; 0; 2; 1; 5; 6; 6;
2; 5; 0; 5; 1; 5; -1; 0; 6; 0

4. -2; 1; -1; 0; 1; 3; 4; 7; 4; 7;
3; 2; 3; 2; 3; 2; 3; 2; 3; 2;
3; 2; 1; 0; 1; 0; 4; 7; 4; 6;
1; 0; 1; -2; 1; 2; 4; 2; 7; 6;
1; -1; 1; 0; 1; 0; 1; -1; 1; 5;
0; 1; 2; 6; 1; -1; 4; 1; 0; 6;
6; 1; -1; 1; -2; 0; 1; 5; 6; 5;
0; 2; 1; 0; 5; 1; -1; 5; 1; 2;
1; 6; 5; 2; 1; 0; 1; 2; 1; -1;
1; 0; 1; 2; 1; 0; 1; -1; 1; 2

5. 1; 3; 2; 3; 2; 3; 3; 2; 3; 2;
2; 3; 1; 3; 3; 2; 6; 7; 3; 6;
3; 4; 2; 0; 1; 2; 3; 2; 3; 6;
3; 2; 4; 3; 4; 0; 1; 3; 8; 3;
3; 7; 3; 2; 4; 3; 4; 3; 5; 2;
3; 2; 3; -1; 3; 1; 2; 3; 3; 5;
1; 3; 2; 2; 4; 2; 3; 1; 3; 2;
3; 3; 3; 4; 3; 0; 3; 2; 3; 3;
3; 2; 1; 2; 3; 4; 3; 1; 2; 3;
2; 3; 3; 4; 3; 1; 4; 2; 5; 2

6. 3; 4; 3; 4; 3; 4; 3; 4; 3; 4;
2; 4; 2; 7; 5; 2; 5; 7; 4; 3;
4; 5; 7; 5; 6; 4; 6; 5; 6; 4;
3; 2; 3; 0; 4; 5; 2; 4; 4; 3;
4; 5; 4; 5; 2; 4; 5; 6; 5; 4;
5; 3; 5; 1; 7; 1; 7; 2; 6; 3;
3; 2; 3; 8; 3; 8; 4; 5; 3; 4;
4; 3; 4; 2; 4; 1; 4; 2; 9; 3;
3; 4; 3; 4; 3; 4; 8; 4; 9; 4;
4; 3; 4; 3; 4; 1; 4; 8; 4; 3

7. 3; 5; 6; 5; 6; 4; 5; 6; 4; 5;
5; 6; 1; 2; 4; 5; 6; 4; 5; 4;
6; 5; 6; 5; 6; 2; 4; 5; 4; 5;
5; 3; 6; 1; 3; 4; 5; 4; 5; 4;
7; 6; 5; 6; 4; 5; 2; 5; 4; 5;
5; 6; 3; 5; 2; 4; 5; 4; 5; 4;
7; 6; 6; 3; 6; 5; 7; 5; 4; 5;
5; 7; 9; 10; 9; 7; 8; 4; 7; 4;
10; 9; 5; 8; 4; 8; 7; 8; 4; 5;
5; 9; 10; 8; 5; 8; 5; 4; 5; 7

8. 3; 7; 8; 3; 7; 7; 6; 7; 6; 7;
5; 8; 2; 10; 5; 8; 7; 6; 7; 6;
7; 6; 7; 8; 5; 11; 5; 7; 8; 7
4; 5; 2; 3; 8; 5; 7; 6; 7; 10;
7; 8; 7; 8; 4; 7; 5; 7; 6; 11;
10; 5; 6; 3; 5; 7; 8; 7; 8; 6;
7; 4; 9; 10; 8; 4; 8; 9; 6; 7;
10; 7; 7; 7; 9; 7; 6; 8; 9; 6;
4; 7; 4; 6; 11; 9; 5; 9; 6; 7;
6; 7; 6; 7; 4; 6; 7; 6; 7; 11

9. 3; 4; 3; 4; 3; 4; 3; 4; 3; 4;
4; 3; 4; 3; 4; 3; 4; 3; 4; 3;
3; 4; 3; 4; 3; 4; 3; 4; 3; 4;
4; 3; 4; 0; 4; 3; 4; 3; 4; 3;
5; 4; 5; 4; 5; 4; 5; 4; 5; 4;
2; 6; 5; 2; 5; 0; 5; 6; 5; 3;
6; 5; 6; 5; 6; 5; 6; 5; 6; 4;
5; 2; 6; 2; 5; 2; 6; 7; 6; 2;
6; 5; 6; 5; 10; 5; 7; 5; 7; 4;
11; 6; 5; 6; 5; 9; 5; 9; 5; 2

10. 5; 8; 7; 9; 8; 8; 9; 5; 9; 12;
8; 9; 5; 8; 9; 12; 8; 5; 9; 5;
9; 12; 2; 7; 8; 4; 9; 5; 8; 5;
8; 9; 4; 9; 7; 8; 4; 8; 13; 9;
13; 9; 7; 9; 2; 7; 8; 8; 8; 12;
8; 5; 3; 13; 9; 10; 3; 8; 7; 9;
10; 7; 8; 5; 8; 7; 13; 7; 8; 5;
8; 9; 7; 8; 9; 8; 13; 8; 10; 8;
9; 7; 9; 7; 8; 7; 10; 7; 8; 12;
7; 10; 7; 10; 7; 8; 8; 5; 9; 8

11. 2; -1; -4; 5; 2; 0; 2; 0; 6; 2;
5; 7; 2; -1; 0; 4; -3; 2; 6; 4;
2; 5; 7; -4; 2; -1; 4; 2; 4; 2;
5; -3; 2; 5; 0; 2; 0; 6; 6; 0;
2; -1; 5; 7; 7; -4; 6; 2; 4; 2;
5; 5; 2; -3; 0; 4; 0; 4; 6; 0;
2; 7; -1; 0; 4; -3; 4; 6; 4; 2;
5; 2; 5; 2; 7; 4; 6; 4; 6; 0;
2; 7; 4; 7; 4; 8; -3; 8; 4; 2;
8; 2; 8; 2; 8; 2; 8; 2; 8; 0

12. 0; 3; 4; 2; 4; 2; 3; 2; 3; 2;
3; 6; -2; 3; 4; 3; 4; 3; 4; 3;
0; 3; 6; 2; 3; 2; 4; 2; 3; 2;
4; 3; 4; 3; -2; 4; 4; 3; 4; 3;
0; -1; 2; 4; 3; 6; -1; 6; 3; 2;
4; 6; 4; -1; 4; 3; 4; 3; 4; 3;
0; 4; 6; 2; 6; -1; 3; 4; 3; 2;
7; 6; 4; 6; 2; 4; 2; 6; 2; 3;
0; 7; 8; 8; 8; 7; 6; 3; 9; 2;
7; 0; 7; 0; 7; 3; 6; 3; 6; 3

6. ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЕ ВОПРОСЫ

1. Основные правила комбинаторики. Размещения, сочетания, перестановки.
2. Событие. Виды событий. Совместимые и несовместимые события. Полная группа событий.
3. Общее понятие о вероятности события как о мере возможности его наступления. Классическое определение вероятности события. Методика вычисления вероятности события с использованием элементов комбинаторики.
4. Теоремы умножения вероятностей зависимых и независимых событий. Теоремы сложения вероятностей совместных и несовместных событий.
5. Формула полной вероятности. Формула Байеса.
6. Повторение испытаний. Формула Бернулли.
7. Асимптотические формулы. Локальная и интегральная теоремы Муавра - Лапласа. Формула Пуассона.
8. Понятие случайной величины. Понятие дискретной случайной величины (ДСВ). Конечные и бесконечные ДСВ. Примеры ДСВ.
9. Распределение ДСВ. Графическое изображение распределения ДСВ. Функция распределения ДСВ.
10. Математическое ожидание. Свойства математического ожидания
11. Дисперсия. Свойства дисперсии. Среднее квадратическое отклонение и его свойства.

12. Геометрическое распределение.
13. Биноминальное распределение.
14. Функция плотности НСВ: определение, свойства. Интегральная функция распределения НСВ: определение, свойства, ее связь с функцией плотности.
15. Методика расчета вероятностей для НСВ по ее функции плотности или по ее интегральной функции распределения.
16. Методика вычисления математического ожидания, дисперсии, стандартного отклонения НСВ по ее функции плотности.
17. Равномерный закон распределения.
18. Нормальный закон распределения. Формула вычисления вероятности для нормально распределенной величины.
19. Показательное распределение. Функция плотности, интегральная функция распределения, функция надежности.
20. Задачи математической статистики. Способы сбора статистических данных. Способы группировки статистических данных. Вариационные ряды. Выборочные аналоги интегральной и дифференциальной функций распределения.
21. Точечные оценки параметров распределения. Интервальные оценки параметров распределения. Интервальные оценки нормального распределения.
22. Основные понятия теории статистических гипотез: основная (нулевая) гипотеза, конкурирующая гипотеза, ошибки первого и второго порядка, критерий проверки гипотезы, критическая область.
23. Методика проверки гипотезы о законе распределения на основе критерия согласия Пирсона.
24. Корреляционная зависимость. Коэффициент корреляции. Линейная корреляция.
25. Расчет прямых регрессии по выборочным данным.
26. Проверка гипотезы о значимости выборочного коэффициента линейной корреляции.
27. Предмет метода статистических испытаний. Моделирование случайной величины, равномерно распределенной на отрезке [0;1]. Случайные числа. Таблицы случайных чисел.
28. Моделирование ДСВ. Моделирование полной группы событий. Моделирование НСВ методом обратных функций и методом суперпозиций. Вычисление определенных интегралов методом статистических испытаний.

7. ТЕСТЫ ПРОМЕЖУТОЧНОГО КОНТРОЛЯ

Тема: «Основные понятия теории вероятностей»

1. Бросают 2 монеты. События A – «герб на первой монете» и B – «герб на второй монете» являются:
а) совместными; б) зависимыми; в) несовместными; г) независимыми.

2. Бросают 2 кубика. События A – «на первом кубике выпала тройка» и B – «на втором кубике выпала шестерка» являются:
а) независимыми; б) несовместными; в) совместными; г) зависимыми.

3. Бросают 2 кубика. События A – «на первом кубике выпала шестерка» и B – «на втором кубике выпала шестерка» являются:
а) совместными; б) зависимыми; в) несовместными; г) независимыми.

4. Из каждой из двух колод вынимают по одной карте. События A – «карта из первой колоды – красной масти» и B – «карта из второй колоды – бубновой масти» являются:
а) независимыми; б) несовместными; в) зависимыми; г) совместными.

5. Бросают 2 монеты. События A – «цифра на первой монете» и B – «цифра на второй монете» являются:
а) зависимыми; б) несовместными; в) независимыми; г) совместными.

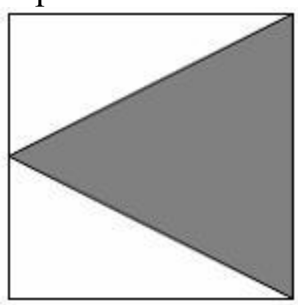
6. Случайные события A и B, удовлетворяющие условиям $P(A)=0,5$, $P(B)=0,8$, $P(AB)=0,4$, являются …
а) совместными и зависимыми; в) несовместными и независимыми;
б) несовместными и зависимыми; г) совместными и независимыми.

7. В урне находится 5 белых и 5 черных шаров. Из урны вынимаются четыре шара. Вероятность того, что все шары будут белыми, равна …
а) $\frac{1}{42}$; б) $\frac{1}{7}$; в) $\frac{1}{6}$; г) $\frac{5}{42}$.

8. В урне находится 5 белых и 5 черных шаров. Из урны вынимаются четыре шара. Вероятность того, что один шар будет белым, а 3 черными, равна …
а) $\frac{4}{21}$; б) $\frac{1}{7}$; в) $\frac{3}{10}$; г) $\frac{5}{21}$.

9. Вероятность достоверного события равна…
а) 0; б) 0,999; в) -1; г) 1.

10. В квадрат со стороной 5 брошена точка.



Тогда вероятность того, что она попадет в выделенную область, равна …
а) 2; б) $\frac{2}{5}$; в) $\frac{1}{5}$; г) $\frac{1}{2}$.

Тема: «Теоремы сложения и умножения вероятностей»

1. По мишени производится четыре выстрела. Значение вероятности промаха при первом выстреле 0,5; при втором – 0,3; при третьем – 0,2; при четвертом – 0,1. Тогда вероятность того, что мишень будет **поражена** все четыре раза, равна…

а) 0,215; б) 0,003; в) 0,515; г) 0,252.

2. По оценкам экспертов, вероятности банкротства для двух предприятий, производящих разнотипную продукцию, равны 0,4 и 0,15. Тогда вероятность банкротства обоих предприятий равна…

а) 0,60; б) 0,06; в) 0,55; г) 0,51.

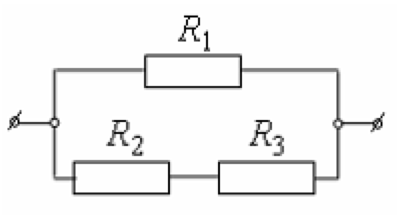
3. По оценкам экспертов, вероятности банкротства для двух предприятий, производящих разнотипную продукцию, равны 0,5 и 0,15. Тогда вероятность банкротства обоих предприятий равна…

а) 0,75; б) 0,075; в) 0,65; г) 0,425.

4. По оценкам экспертов, вероятности банкротства для двух предприятий, производящих разнотипную продукцию, равны 0,5 и 0,25. Тогда вероятность банкротства обоих предприятий равна…

а) 0,125; б) 0,75; в) 0,105; г) 0,375.

5. Пусть $A_i \;\; i=\overline{1,3}$ - события, заключающиеся в том, что в электрической цепи сопротивления R_i не вышли из строя за время T, событие A - цепь из строя не вышла за время T. Тогда A представимо через A_i следующим образом …



а) $A = A_1 + A_2 + A_3$; в) $A = A_1 \;\; A_2 + A_3$;

б) $A = A_1 A_2 A_3$; г) $A = A_1 + A_2 A_3$.

6. Несовместные события *A*, *B* и *C* **не образуют** полную группу, если их вероятности равны …

а) $P\;A = \frac{1}{7}$, $P\;B = \frac{2}{7}$, $P\;C = \frac{5}{7}$; в) $P\;A = \frac{1}{5}$, $P\;B = \frac{1}{5}$, $P\;C = \frac{3}{5}$;

б) $P\;A = \frac{1}{2}$, $P\;B = \frac{1}{4}$, $P\;C = \frac{1}{4}$; г) $P\;A = \frac{1}{12}$, $P\;B = \frac{3}{4}$, $P\;C = \frac{1}{4}$.

7/ Несовместные события *A*, *B* и *C* **не образуют** полную группу, если их вероятности равны …

а) $P\;A = \frac{1}{12}$, $P\;B = \frac{2}{3}$, $P\;C = \frac{1}{4}$; в) $P\;A = \frac{5}{12}$, $P\;B = \frac{1}{4}$, $P\;C = \frac{1}{4}$;

б) $P\;A = \frac{2}{5}$, $P\;B = \frac{1}{5}$, $P\;C = \frac{2}{5}$; г) $P\;A = \frac{3}{7}$, $P\;B = \frac{1}{7}$, $P\;C = \frac{5}{7}$.

8. Несовместные события *A*, *B* и *C* **не образуют** полную группу, если их вероятности равны …

а) $P(A)=\frac{1}{4}$, $P(B)=\frac{1}{3}$, $P(C)=\frac{5}{12}$; в) $P(A)=\frac{1}{7}$, $P(B)=\frac{1}{3}$, $P(C)=\frac{1}{3}$;

б) $P(A)=\frac{1}{6}$, $P(B)=\frac{1}{3}$, $P(C)=\frac{1}{2}$; г) $P(A)=\frac{1}{6}$, $P(B)=\frac{2}{5}$, $P(C)=\frac{1}{7}$.

9. Несовместные события *A*, *B* и *C* **не образуют** полную группу, если их вероятности равны …

а) $P(A)=\frac{1}{8}$, $P(B)=\frac{1}{5}$, $P(C)=\frac{1}{3}$; в) $P(A)=\frac{1}{3}$, $P(B)=\frac{1}{4}$, $P(C)=\frac{1}{2}$;

б) $P(A)=\frac{1}{10}$, $P(B)=\frac{1}{5}$, $P(C)=\frac{7}{10}$; г) $P(A)=\frac{2}{9}$, $P(B)=\frac{1}{3}$, $P(C)=\frac{4}{9}$.

10. Несовместные события *A*, *B* и *C* **не образуют** полную группу, если их вероятности равны …

а) $P(A)=\frac{3}{8}$, $P(B)=\frac{1}{8}$, $P(C)=\frac{2}{7}$; в) $P(A)=\frac{1}{3}$, $P(B)=\frac{1}{4}$, $P(C)=\frac{1}{4}$;

б) $P(A)=\frac{7}{15}$, $P(B)=\frac{2}{5}$, $P(C)=\frac{2}{15}$; г) $P(A)=\frac{5}{12}$, $P(B)=\frac{1}{3}$, $P(C)=\frac{1}{4}$.

Тема: «Дискретная случайная величина»

1. Дискретная случайная величина *X* задана законом распределения вероятностей:

X	-4	x_2	3
P	0,2	0,5	0,3

Если математическое ожидание $M(X)=-0,4$, то значение x_2 равно …

а) 0; б) -2; в) -1; г) 2.

2. Дискретная случайная величина *X* задана законом распределения вероятностей:

X	-1	0	3
P	0,1	0,3	0,6

Тогда математическое ожидание случайной величины $Y=2X$ равно…

а) 3,7; б) 3,8; в) 3,4; г) 4.

3. Дискретная случайная величина *X* задана законом распределения вероятностей:

X	-1	0	2
P	0,1	0,3	0,6

Тогда математическое ожидание случайной величины $Y=3X$ равно…

а) 3,3; б) 3; в) 3,9; г) 4,1.

4. Страхуется 1200 автомобилей; считается, что каждый из них может попасть в аварию с вероятностью 0,1. Для вычисления вероятности того, что количество аварий среди всех застрахованных автомобилей не превзойдет 115, следует использовать…

а) формулу Байеса;

б) формулу Пуассона;

в) интегральную формулу Муавра-Лапласа;

г) формулу полной вероятности.

5. Дискретная случайная величина X задана законом распределения вероятностей

X_i	1	3	5	7
P_i	0,2	0,3	0,4	0,1

Тогда значение интегральной функции распределения вероятностей $F(4)$ равно …

а) 0,5; б) 0,3; в) 0,9; г) 0,6.

Тема: «Непрерывная случайная величина»

1. Непрерывная случайная величина X задана плотностью распределения вероятностей $f(x)=\frac{1}{9\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(x-10)^2}{162}}$. Тогда математическое ожидание этой нормально распределённой случайной величины равно …

а) 9; б) 81; в) 162; г) 10.

2. Непрерывная случайная величина X задана интегральной функцией распределения вероятностей $F(x)=\begin{cases}0, & x\le 1,\\ C_x-4, & 1<x\le 1,25,\\ 1, & x>1,25.\end{cases}$

Тогда значение C равно …

а) 1,2; б) 4; в) 3; г) 2,25.

3. Непрерывная случайная величина X задана интегральной функцией распределения вероятностей $F(x)=\begin{cases}C, & x\le 1,\\ 5x-5, & 1<x\le 1,2,\\ 1, & x>1,2.\end{cases}$

Тогда значение C равно …

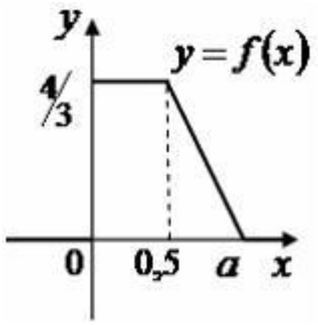
а) 0,5; б) 1; в) 0; г) 1,1.

4. Непрерывная случайная величина X задана дифференциальной функцией распределения вероятностей $f(x)=\begin{cases}0, & x\le 0,\\ Cx^2, & 0<x\le 3,\\ 0, & x>3.\end{cases}$

Тогда значение C равно …

а) $\frac{1}{9}$; б) $\frac{1}{3}$; в) 2; г) $\frac{3}{2}$.

5. График плотности распределения вероятностей $f(x)$ случайной величины приведен на рисунке.



Тогда значение a равно …

а) 1; б) 0,8; в) $\frac{4}{3}$; г) 0,75.

Тема: «Статистическое распределение выборки»

1. Статистическое распределение выборки имеет вид

x_i	1	3	5	9
n_i	2	2	10	6

Тогда относительная частота варианты $x_3=5$ равна …

а) 0,5; б) 10; в) 0,1; г) 0,2.

2. Статистическое распределение выборки имеет вид

x_i	-2	0	2	4
n_i	4	6	1	9

Тогда относительная частота варианты $x_2=0$ равна …

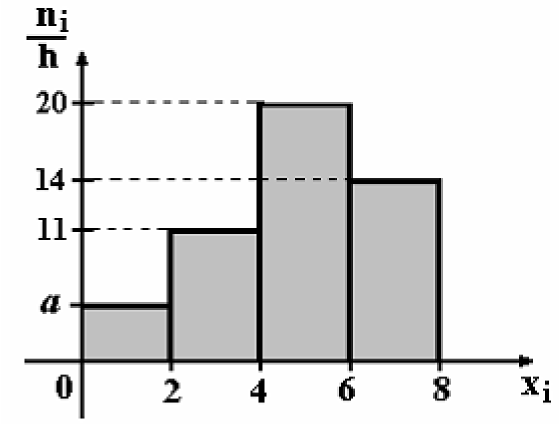
а) 0,5; б) 0,3; в) 0,55; г) 6.

3. Из генеральной совокупности извлечена выборка объема n=50:

x_i	1	2	3	4
n_i	10	9	8	n_4

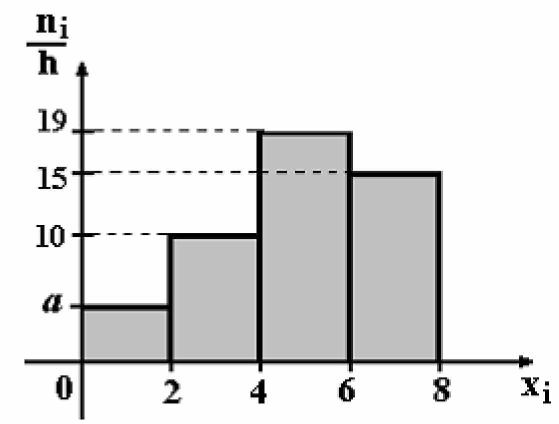
Тогда n_4 равен…
а) 24; б) 23; в) 50; г) 7.

4. По выборке объема n=100 построена гистограмма частот:



Тогда значение a равно…
а) 55; б) 6; в) 5; г) 4.

5. По выборке объема n=100 построена гистограмма частот:



Тогда значение a равно…
а) 5; б) 6; в) 56; г) 7.

Тема: «Характеристики вариационного ряда»

1. Мода вариационного ряда 2 , 5 , 5 , 6 , 7 , 9 , 10 равна …
а) 2; б) 10; в) 6; г) 5.

2. Мода вариационного ряда 5 , 8 , 8 , 9 , 10 , 11 , 13 равна …
а) 5; б) 8; в) 13; г) 9.

3. Мода вариационного ряда 1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 5 , 7 равна …
а) 1; б) 5; в) 7; г) 4.

4. Мода вариационного ряда 1 , 2 , 5 , 6 , 7 , 7 , 10 равна …
а) 1; б) 10; в) 6; г) 7.

5. Мода вариационного ряда 2 , 3 , 4 , 7 , 8 , 8 , 9 равна …
а) 7; б) 2; в) 9; г) 8.

Тема: «Интервальные оценки параметров распределения»

1. Точечная оценка математического ожидания нормального распределения равна 12. Тогда его интервальная оценка может иметь вид …
а) (10,8; 12); б) (12; 13,7); в) (11,2; 11,8); г) (10,6; 13,4).

2. Точечная оценка математического ожидания нормального распределения равна 13. Тогда его интервальная оценка может иметь вид …
а) (11,8; 14,2); б) (13; 14,6); в) (11,8; 12,8); г) (11,6; 13).

3. Точечная оценка математического ожидания нормального распределения равна 14. Тогда его интервальная оценка может иметь вид …
а) (12,6; 15,4); б) (14; 15,1); в) (12,1; 14); г) (12,7; 13,7).

4. Точечная оценка математического ожидания нормального распределения равна 11. Тогда его интервальная оценка может иметь вид...
а) (10,1; 11,9); б) (10,1; 11); в) (11; 11,9); г) (10,1; 10,8).

5. Точечная оценка математического ожидания нормального распределения равна 13. Тогда его интервальная оценка может иметь вид...
а) (13; 13,7); б) (12,3; 12,8); в) (12,3; 13,7); г) (12,3; 13).

Тема: «Проверка статистических гипотез»

1. Если основная гипотеза имеет вид $H_0:\ \sigma^2 = 5$, то конкурирующей может быть гипотеза …
а) $H_1:\ \sigma^2 \le 5$; б) $H_1:\ \sigma^2 \ne 4$; в) $H_1:\ \sigma^2 \ge 5$; г) $H_1:\ \sigma^2 > 5$.

2. Если основная гипотеза имеет вид $H_0:\ p = 0,3$, то конкурирующей может быть гипотеза …
а) $H_1:\ p \ne 0,4$; б) $H_1:\ p < 0,3$; в) $H_1:\ p \le 0,3$; г) $H_1:\ p \ge 0,3$.

3. Если основная гипотеза имеет вид $H_0:\ p = 0,4$, то конкурирующей может быть гипотеза …
а) $H_1:\ p \ne 0,3$; б) $H_1:\ p \ge 0,4$; в) $H_1:\ p \le 0,4$; г) $H_1:\ p > 0,4$.

4. Если основная гипотеза имеет вид $H_0: \ a = 8$, то конкурирующей может быть гипотеза …

а) $H_1: \ a \geq 8$; б) $H_1: \ a \leq 8$; в) $H_1: \ a \neq 7$; г) $H_1: \ a > 8$.

5. Если основная гипотеза имеет вид $H_0: \ a = 5$, то конкурирующей может быть гипотеза …

а) $H_1: \ a > 5$; б) $H_1: \ a \neq 6$; в) $H_1: \ a \leq 5$; г) $H_1: \ a \geq 5$.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Приложение А

Глоссарий (словарь)

Событие называется случайным, если в результате опыта оно может либо произойти, либо не произойти.

Событие называется достоверным, если оно обязательно появляется в результате данного опыта, и невозможным, если оно не может появиться в этом опыте.

События называются **несовместными**, если они вместе не могут наблюдаться в одном и том же опыте.

Суммой событий $A_1, A_2, ..., A_n$ называется событие, состоящее в появлении хотя бы одного из этих событий:

Классическое определение вероятности связано с понятием благоприятствующего исхода. Исход называется **благоприятствующим** данному событию, если его появление влечет за собой наступление этого события.

Вероятность события A равна отношению числа благоприятствующих исходов к общему числу возможных исходов.

Вероятность события A, вычисленная при условии, что имело место другое событие B, называется **условной вероятностью** события A и обозначается $P(A/B)$.

Если при наступлении события A вероятность события B не меняется, то события A и B называются **независимыми**.

Два события называются **совместными**, если появление одного из них не исключает появления другого в одном и том же опыте.

Величина называется **случайной**, если в результате опыта она может принимать любые заранее неизвестные значения.

Величина называется **дискретной**, если она может принимать определенные, фиксированные значения.

Случайная величина называется **непрерывной**, если она может принимать значения, сколь угодно мало отличающиеся друг от друга.

Математическим ожиданием дискретной случайной величины X называется сумма произведений всех ее значений на соответствующие вероятности:

$$M\ X\ = X_1P_1 + X_2P_2 + ... + X_nP_n.$$

Дисперсией случайной величины A называется математическое ожидание квадрата отклонения ее от математического ожидания самой величины.

Плотностью распределения вероятностей $f\ x$ непрерывной случайной величины A называется производная от ее функции распределения вероятностей $f\ x\ = F'\ x$.

Для непрерывной двумерной случайной величины **функция распределения** записывается в виде интеграла:

$$F(x, y) = \int_{-\infty}^{y} \int_{-\infty}^{x} f(x, y)\, dxdy,$$

где $f(x, y)$ — плотность распределения вероятностей двумерной случайной величины.

Функция распределения $F(x, y)$ представляет собой вероятность события $(X < x, Y < y)$, т. е. $F(x,y) = P(X<x, Y<y)$.

Ковариацией, или корреляционным моментом, случайных величин X и $У$ называют математическое ожидание произведения отклонений этих величин от их математических ожиданий, т. е. смешанный центральный момент второго порядка $\mu_{11} = K(X, Y) = \text{cov}(X, Y) = M(XY) - M(X)M(Y)$.

Коэффициентом корреляции случайных величин X к Y называют отношение ковариации к произведению средних квадратичных отклонений этих величин $r_{xy} = \dfrac{\text{cov}(x, y)}{\sigma(x)\sigma(y)}$.

Под законом больших чисел в теории вероятностей понимается ряд теорем, в каждой из которых устанавливается факт асимптотического приближения среднего значения большого числа опытных данных к математическому ожиданию случайной величины.

Центральная предельная теорема. Если случайная величина представляет собой сумму очень большого числа взаимно независимых случайных величин, влияние каждой из которых на всю сумму ничтожно мало, то X имеет распределение, близкое к нормальному.

Понятие **генеральной совокупности** связано с понятием полного поля элементарных событий. Это поле событий может быть конечным или бесконечным. Полное поле событий может меняться в зависимости от организации опытов.

Повторной называют выборку, при которой объект перед отбором следующего возвращается в генеральную совокупность.

Бесповторной называют выборку, при которой избранный объект в генеральную совокупность не возвращается.

Если выборка правильно отражает соотношения в генеральной совокупности, то ее называют **репрезентативной (представительной)**.

Число наблюдений л(. называется **частотой,** а значение его отношения к объему выборки - **относительной частотой**.

Полигоном частот называют ломаную, отрезки которой соединяют точки (x_i, n_i). По оси абсцисс откладывают точки x_i - варианты выборки, а по оси ординат - соответствующие значения n_i (частоты).

Гистограммой называется ступенчатая фигура), состоящая из прямоугольников, основаниями которых служат отрезки длиной h, а высоты равны $\dfrac{n_i}{h}$. Величина $\dfrac{n_i}{h}$ называется плотностью частоты.

Несмещенной называется статистическая оценка, математическое ожидание которой равно оцениваемому параметру при любом объеме выборки.

Смещенной называется точечная оценка, математическое ожидание которой не равно оцениваемому параметру.

Эффективной называется статистическая оценка, которая при одних и тех же объемах выборки имеет наименьшую дисперсию.

Состоятельной называется статистическая оценка, которая при увеличении объема выборки n стремится по вероятности к оцениваемому параметру.

Точечной называют оценку, которая определяется одним числом. Рассмотренные выше оценки x_b, d_t точечные.

Интервальной называют оценку, которая определяется двумя числами - концами интервала.

Нулевой (основной) называют выдвинутую гипотезу H_0**.**

Конкурирующей (альтернативной) называют гипотезу H_1, которая противоречит основной.

Критической областью называется область значений критерия, при которых нулевая гипотеза отвергается.

Областью принятия гипотезы называется совокупность значений критерия, при которых гипотеза принимается.

Критическими точками (границами) $k_{кр}$ называются точки, отделяющие критическую область от области принятия гипотезы.

Критерием согласия называется критерий проверки гипотезы о предполагаемом законе неизвестного распределения.

Приложение Б

Таблица значений функции $\varphi\ x\ = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2}\ \varphi(x)$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,3989	3989	3989	3988	3986	3984	3982	3980	3977	3973
0,1	3970	3965	3961	3956	3951	3945	3939	3932	3925	3918
0,2	3910	3902	3894	3885	3876	3867	3857	3847	3836	3825
0,3	3814	3802	3790	3778	3765	3752	3739	3726	3712	3697
0,4	3683	3668	3652	3637	3621	3605	3589	3572	3555	3538
0,5	3521	3503	3485	3467	3448	3429	3410	3391	3372	3352
0,6	3332	3312	3292	3271	3251	3230	3209	3187	3166	3144
0,7	3123	3101	3079	3056	3034	3011	2989	2966	2943	2920
0,8	2897	2874	2850	2827	2803	2780	2756	2732	2709	2685
0.9	2661	2637	2613	2589	2565	2541	2516	2492	2468	2444
1,0	0,2420	2396	2371	2347	2323	2299	2275	2251	2227	2203
1,1	2179	2155	2131	2107	2083	2059	2036	2012	1989	1965
1,2	1942	1919	1895	1872	1849	1826	1804	1781	1758	1736
1,3	1714	1691	1669	1647	1626	1604	1582	1561	1539	1518
1,4	1497	1476	1456	1435	1415	1394	1374	1354	1334	1315
1,5	1295	1276	1257	1238	1219	1200	1182	1163	1145	1127

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1,6	1109	1092	1074	1057	1040	1023	1006	0989	0973	0957
1,7	0940	0925	0909	0893	0878	0863	0848	0833	0818	0804
1,8	0790	0775	0761	0748	0734	0721	0707	0694	0681	0669
1,9	0656	0644	0632	0620	0608	0596	0584	0573	0562	0551
2,0	0,0540	0529	0519	0508	0498	0488	0478	0468	0459	0449
2,1	0440	0431	0422	0413	0404	0396	0387	0379	0371	0363
2,2	0355	0347	0339	0332	0325	0317	0310	0303	0297	0290
2,3	0283	0277	0270	0264	0258	0252	0246	0241	0235	0229
2,4	0224	0219	0213	0208	0203	0198	0194	0189	0184	0180
2,5	0175	0171	0167	0163	0158	0154	0151	0147	0143	0139
2,6	0136	0132	0129	0126	0122	0119	0116	0113	0110	0107
2,7	0104	0101	0099	0096	0093	0091	0088	0086	0084	0081
2,8	0079	0077	0075	0073	0071	0069	0067	0065	0063	0061
2,9	0060	0058	0056	0055	0053	0051	0050	0048	0047	0046
3,0	0,0044	0043	0042	0040	0039	0038	0037	0036	0035	0034
3,1	0033	0032	0031	0030	0029	0028	0027	0026	0025	0025
3,2	0024	0023	0022	0022	0021	0020	0020	0019	0018	0018
3,3	0017	0017	0016	0016	0015	0015	0014	0014	0013	0013
3,4	0012	0012	0012	0011	0011	0010	0010	0010	0009	0009
3,5	0009	0008	0008	0008	0008	0007	0007	0007	0007	0006
3,6	0006	0006	0006	0005	0005	0005	0005	0005	0005	0004
3,7	0004	0004	0004	0004	0004	0004	0003	0003	0003	0003
3,8	0003	0003	0003	0003	0003	0002	0002	0002	0002	0002
3,9	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0001	0001

Приложение В

Таблица значений функции $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-z^2/2} dz$

x	Ф (x)	x	Ф (x)	x	Ф (x)	x	Ф (x)
0,00	0,0000	0,32	0,1255	0,64	0,2389	0,96	0,3315
0,01	0,0040	0,33	0,1293	0,65	0,2422	0,97	0,3340
0,02	0,0080	0,34	0,1331	0,66	0,2454	0,98	0,3365
0,03	0,0120	0,35	0,1368	0,67	0,2486	0,99	0,3389
0,04	0,0160	0,36	0,1406	0,68	0,2517	1,00	0,3413
0,05	0,0199	0,37	0,1443	0,69	0,2549	1,01	0,3438
0,06	0,0239	0,38	0,1480	0,70	0,2580	1,02	0,3461
0,07	0,0279	0,39	0,1517	0,71	0,2611	1,03	0,3485
0,08	0,0319	0,40	0,1554	0,72	0,2642	1,04	0,3508
0,09	0,0359	0,41	0,1591	0,73	0,2673	1,05	0,3531
0,10	0,0398	0,42	0,1628	0,74	0,2703	1,06	0,3554
0,11	0,0438	0,43	0,1664	0,75	0,2734	1,07	0,3577
0,12	0,0478	0,44	0,1700	0,76	0,2764	1,08	0,3599
0,13	0,0517	0,45	0,1736	0,77	0,2794	1,09	0,3621
0,14	0,0557	0,46	0,1772	0,78	0,2823	1,10	0,3643
0,15	0,0596	0,47	0,1808	0,79	0,2852	1,11	0,3665
0,16	0,0636	0,48	0,1844	0,80	0,2881	1,12	0,3686
0,17	0,0675	0,49	0,1879	0,81	0,2910	1,13	0,3708
0,18	0,0714	0,50	0,1915	0,82	0,2939	1,14	0,3729
0,19	0,0753	0,51	0,1950	0,83	0,2967	1,15	0,3749
0,20	0,0793	0,52	0,1985	0,84	0,2995	1,16	0,3770
0,21	0,0832	0,53	0,2019	0,85	0,3023	1,17	0,3790
0,22	0,0871	0,54	0,2054	0,86	0,3051	1,18	0,3810
0,23	0,0910	0,55	0,2088	0,87	0,3078	1,19	0,3830
0,24	0,0948	0,56	0,2123	0,88	0,3106	1,20	0,3849
0,25	0,0987	0,57	0,2157	0,89	0,3133	1,21	0,3869
0,26	0,1026	0,58	0,2190	0,90	0,3159	1,22	0,3883
0,27	0,1064	0,59	0,2224	0,91	0,3186	1,23	0,3907
0,28	0,1103	0,60	0,2257	0,92	0,3212	1,24	0,3925
0,29	0,1141	0,61	0,2291	0,93	0,3238	1,25	0,3944
0,30	0,1179	0,62	0,2324	0,94	0,3264		
0,31	0,1217	0,63	0,2357	0,95	0,3289		

x	Φ (x)	x	Φ (x)	x	Φ (x)	x	Φ (x)
1,26	0,3962	1,59	0,4441	1,92	0,4726	2,50	0,4938
1,27	0,3980	1,60	0,4452	1,93	0,4732	2,52	0,4941
1,28	0,3997	1,61	0,4463	1,94	0,4738	2,54	0,4945
1,29	0,4015	1,62	0,4474	1,95	0,4744	2,56	0,4948
1,30	0,4032	1,63	0,4484	1,96	0,4750	2,58	0,4951
1,31	0,4049	1,64	0,4495	1,97	0,4756	2,60	0,4953
1,32	0,4066	1,65	0,4505	1,98	0,4761	2,62	0,4956
1,33	0,4082	1,66	0,4515	1,99	0,4767	2,64	0,4959
1,34	0,4099	1,67	0,4525	2,00	0,4772	2,66	0,4961
1,35	0,4115	1,68	0,4535	2,02	0,4783	2,68	0,4963
1,36	0,4131	1,69	0,4545	2,04	0,4793	2,70	0,4965
1,37	0,4147	1,70	0,4554	2,06	0,4803	2,72	0,4967
1,38	0,4162	1,71	0,4564	2,08	0,4812	2,74	0,4969
1,39	0,4177	1,72	0,4573	2,10	0,4821	2,76	0,4971
1,40	0,4192	1,73	0,4582	2,12	0,4830	2,78	0,4973
1,41	0,4207	1,74	0,4591	2,14	0,4838	2,80	0,4974
1,42	0,4222	1,75	0,4599	2,16	0,4846	2,82	0,4976
1,43	0,4236	1,76	0,4608	2,18	0,4854	2,84	0,4977
1,44	0,4251	1,77	0,4616	2,20	0,4861	2,86	0,4979
1,45	0,4265	1,78	0,4625	2,22	0,4868	2,88	0,4980
1,46	0,4279	1,79	0,4633	2,24	0,4875	2,90	0,4981
1,47	0,4292	1,80	0,4641	2,26	0,4881	2,92	0,4982
1,48	0,4306	1,81	0,4649	2,28	0,4887	2,94	0,4984
1,49	0,4319	1,82	0,4656	2,30	0,4893	2,96	0,4985
1,50	0,4332	1,83	0,4664	2,32	0,4898	2,98	0,4986
1,51	0,4345	1,84	0,4671	2,34	0,4904	3,00	0,49865
1,52	0,4357	1,85	0,4678	2,36	0,4909	3,20	0,49931
1,53	0,4370	1,86	0,4686	2,38	0,4913	3,40	0,49966
1,54	0,4382	1,87	0,4693	2,40	0,4918	3,60	0,499841
1,55	0,4394	1,88	0,4699	2,42	0,4922	3,80	0,499928
1,56	0,4406	1,89	0,4706	2,44	0,4927	4,00	0,499968
1,57	0,4418	1,90	0,4713	2,46	0,4931	4,50	0,499997
1,58	0,4429	1,91	0,4719	2,48	0,4934	5,00	0,499999

Приложение Г

Критические точки распределения χ^2

Число степеней свободы k	Уровень значимости α					
	0,01	0,025	0,05	0,95	0,975	0,99
1	6,6	5,0	3,8	0,0039	0,00098	0,00016
2	9,2	7,4	6,0	0,103	0,051	0,020
3	11,3	9,4	7,8	0,352	0,216	0,115
4	13,3	11,1	9,5	0,711	0,484	0,297
5	15,1	12,8	11,1	1,15	0,831	0,554
6	16,8	14,4	12,6	1,64	1,24	0,872
7	18,5	16,0	14,1	2,17	1,69	1,24
8	20,1	17,5	15,5	2,73	2,18	1,65
9	21,7	19,0	16,9	3,33	2,70	2,09
10	23,2	20,5	18,3	3,94	3,25	2,56
11	24,7	21,9	19,7	4,57	3,82	3,05
12	26,2	23,3	21,0	5,23	4,40	3,57
13	27,7	24,7	22,4	5,89	5,01	4,11
14	29,1	26,1	23,7	6,57	5,63	4,66
15	30,6	27,5	25,0	7,26	6,26	5,23
16	32,0	28,8	26,3	7,96	6,91	5,81
17	33,4	30,2	27,6	8,67	7,56	6,41
18	34,8	31,5	28,9	9,39	8,23	7,01
19	36,2	32,9	30,1	10,1	8,91	7,63
20	37,6	34,2	31,4	10,9	9,59	8,26
21	38,9	35,5	32,7	11,6	10,3	8,90
22	40,3	36,8	33,9	12,3	11,0	9,54
23	41,6	38,1	35,2	13,1	11,7	10,2
24	43,0	39,4	36,4	13,8	12,4	10,9
25	44,3	40,6	37,7	14,6	13,1	11,5
26	45,6	41,9	38,9	15,4	13,8	12,2
27	47,0	43,2	40,1	16,2	14,6	12,9
28	48,3	44,5	41,3	16,9	15,3	13,6
29	49,6	45,7	42,6	17,7	16,0	14,3
30	50,9	47,0	43,8	18,5	16,8	15,0

Приложение Д

Таблица значений $t_\gamma = t\ \gamma,\ n$

n \ γ	0,95	0,99	0,999	n \ γ	0,95	0,99	0,999
5	2,78	4,60	8,61	20	2,093	2,861	3,883
6	2,57	4,03	6,86	25	2,064	2,797	3,745
7	2,45	3,71	5,96	30	2,045	2,756	3,659
8	2,37	3,50	5,41	35	2,032	2,720	3,600
9	2,31	3,36	5,04	40	2,023	2,708	3,558
10	2,26	3,25	4,78	45	2,016	2,692	3,527
11	2,23	3,17	4,59	50	2,009	2,679	3,502
12	2,20	3,11	4,44	60	2,001	2,662	3,464
13	2,18	3,06	4,32	70	1,996	2,649	3,439
14	2,16	3,01	4,22	80	1,991	2,640	3,418
15	2,15	2,98	4,14	90	1,987	2,633	3,403
16	2,13	2,95	4,07	100	1,984	2,627	3,392
17	2,12	2,92	4,02	120	1,980	2,617	3,374
18	2,11	2,90	3,97	∞	1,960	2,576	3,291
19	2,10	2,88	3,92				

Ефременкова Ольга Валентиновна

ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ ПО ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ
И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКЕ

Методическое пособие
для студентов заочной формы обучения направления «Экономика»

Редактор Е.Ф. Изотова

Подписано к печати 11.11.14. Формат 60x84/16.

Усл. печ. л. 3,06. Тираж 50 экз. Зак.141315 Рег. № 119.

Отпечатано в РИО Рубцовского индустриального института

658207, Рубцовск, ул. Тракторная, 2/6.